

## KONKURS LIGA NAUKOWA

Dolnośląski Konkurs Gimnazjalistów

# FINAŁ MATEMATYCZNY

KLASYFIKACJA DRUŻYNOWA I INDYWIDUALNA

12 marca 2009, godz. 13:00 (indywidualne) 14:30 (drużynowe),  
część konkursu rozgrywana w siedzibie Liceum Ogólnokształcącego Nr XIV im. Polonii Belgijskiej we Wrocławiu

### ■ rozwiązania zadań indywidualnych i drużynowych

Czas przeznaczony na rozwiązanie zadań: razem **135 minut** (90 min. indywidualnie i 45 min. drużynowo).  
Za każde zadanie można zdobyć **200 punktów**. Razem do zdobycia przez drużynę **1200 punktów**.

### ZADANIE 1 indywidualne

Piotrek jest dokładnie trzy razy młodszy od swojego ojca. Trzy lata temu był cztery razy młodszy od ojca. Za ile lat będzie już tylko dwa razy młodszy od ojca? Odpowiedź uzasadnij.

ROZWIĄZANIE:

ROZWIĄZANIE: Oznaczmy wiek Piotrka przez  $x$ , wtedy wiek ojca to  $3x$ .

Trzy lata temu Piotrek miał  $x - 3$  lat i był 4 razy młodszy od ojca,

który miał wtedy  $3x - 3$  lat,

więc:

$$4 \cdot (x - 3) = 3x - 3,$$

skąd dostajemy  $x = 9$ . Piotrek ma więc 9 lat, a jego ojciec 27 lat.

Za 9 lat Piotrek będzie miał 18 lat i będzie dokładnie 2 razy młodszy od ojca.

ODPOWIEDZ:

## ZADANIE 2 indywidualne

Ile razy między godziną szóstą rano a godziną szóstą wieczorem (tego samego dnia) wskazówki zegara (godzinowa i minutowa) pokrywają się? Odpowiedź uzasadnij.

ROZWIĄZANIE:

ROZWIĄZANIE: Wskazówki pokrywają się pierwszy raz między 6 a 7, drugi raz między 7 a 8, trzeci raz między 8 a 9, czwarty raz między 9 a 10, piąty raz między 10 a 11, szósty raz o 12, siódmy raz między 13 a 14, ósmy raz między 14 a 15, dziewiąty raz między 15 a 16, dziesiąty raz między 16 a 17 i jedenasty raz między 17 a 18.

ODPOWIEDZ:

## ZADANIE 3 indywidualne

Czy suma cyfr (w zapisie dziesiętnym) liczby będącej kwadratem liczby naturalnej może być równa 2? Odpowiedź uzasadnij.

ROZWIĄZANIE:

ROZWIĄZANIE: Gdyby suma cyfr takiej liczby była równa 2, znaczyłoby to, że liczba ta daje resztę 2 z dzielenia przez 9. Nietrudno sprawdzić, że kwadrat liczby naturalnej może dawać z dzielenia przez 9 jedynie reszty 0, 1, 4, 7.

## ZADANIE 4 indywidualne

Agata napisała pewną liczbę naturalną podzielną przez 9 mającą (w zapisie dziesiętnym) 2009 cyfr. Basia dodała wszystkie cyfry liczby napisanej przez Agatę, a Cecylia dodała wszystkie cyfry liczby, którą otrzymała Basia. Jaka jest suma cyfr liczby, którą otrzymała Cecylia? Odpowiedź uzasadnij.

ROZWIĄZANIE:

ROZWIĄZANIE: Liczba Agaty ma sumę cyfr nie większą niż  $2009 \cdot 9 = 18081$  i ta suma cyfr jest podzielna przez 9. Zatem liczba Basi ma sumę cyfr nie większą niż  $1 + 8 + 9 + 9 + 9 = 36$  i ta suma cyfr też jest podzielna przez 9. Liczba Cecylii ma więc sumę cyfr nie większą niż  $2 + 9 = 11$  i ta suma cyfr jest podzielna przez 9, więc musi być równa 9.

## ZADANIE 1 drużynowe

Czy trójkąt równoboczny można rozciąć na 100 trójkątów równobocznych? Odpowiedź uzasadnij.

ROZWIĄZANIE:

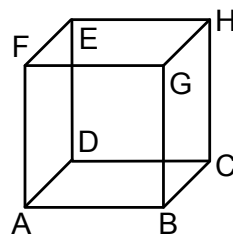
ROZWIĄZANIE: Z 9 trójkątów równobocznych o boku 15 można ułożyć trójkąt o boku 45. Z trójkąta równobocznego o boku 45 i 91 trójkącików równobocznych o boku 1 można ułożyć trójkąt równoboczny o boku 46.

## ZADANIE 2 drużynowe

Z sześcianu ABCDEFGH (na rysunku obok) o krawędzi długości 1 wycięto czworościan foremny ACEG. Oblicz objętość tego czworościanu.

ROZWIĄZANIE:

ROZWIĄZANIE: Po wycięciu czworościanu foremnego ACEG, pozostały „ścinki” w postaci czterech czworościanów: ABCG, ADCE, CGEH i AGEF, z których każdy ma podstawę stanowiącą połowę ściany sześcianu (czyli mającą pole  $\frac{1}{2}$ ) i wysokość równą krawędzi sześcianu (czyli 1). Objętość każdego z tych czterech czworościanów jest więc równa  $\frac{1}{6}$ , czyli łączna objętość „ścinków” to  $\frac{2}{3}$ . Objętość wyciętego czworościanu foremnego jest więc równa  $\frac{1}{3}$ .



ODPOWIEDZ:

## DESER

Jeśli zakończyliście analizę wszystkich zadań i redakcję rozwiązań przed upływem czasu możecie rozwiązać jeszcze jedno zadanie (**nie jest punktowane**):

Znajdź figurę, która ma nieskończenie wiele środków symetrii oraz oś symetrii, która nie przechodzi przez żaden z jej środków symetrii.

ROZWIĄZANIE:

ROZWIĄZANIE: Np. sinusoida.



KONKURS  
LIGA NAUKOWA